

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო
უნივერსიტეტი



ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
ელექტრული და ელექტრონული ინჟინერიის დეპარტამენტი

**ელექტრული და ჰიბრიდული მანქანების
ელექტროგადამცემი სადენების გადაცემის
იმპედანსის გამოკვლევა**

**Investigation of Transfer Impedance of EV/HV
Power Cables**

—
გიორგი მალლაკელიძე

საბაკალავრო ნაშრომი

ხელმძღვანელი: პროფესორი რომან ჯობავა

სარჩევი

ანოტაცია	2
შესავალი	3
თავი 1. ელექტრომაგნიტური ველის გაზნევა გამტარ ცილინდრებზე.....	4
§ 1.1. ამოცანის დასმა	4
§ 1.2. ანალიტიკური ამოხსნა ბრტყელი ტალღისთვის	6
§ 1.3. მომენტების მეთოდი	6
§ 1.4. MoM-Fourier მეთოდის ჩამოყალიბება ერთი ცილინდრისთვის.....	7
§ 1.5. MoM-Fourier მეთოდის ჩამოყალიბება ორი ცილინდრისთვის	12
§ 1.6. MoM-Fourier მეთოდის ჩამოყალიბება ცილინდრების ნებისმიერი რაოდენობისთვის	14
§ 1.7. შედეგები	15
§ 1.7.1. ბრტყელი ტალღის გაზნევა იდეალურად გამტარ ცილინდრზე.....	15
§ 1.7.2. წერტილოვანი წყაროს ველის გაზნევა იდეალურად გამტარ ცილინდრზე	16
§ 1.7.3. ველის გაზნევა იდეალურად გამტარ ცილინდრზე მიწოდებული დენით.....	17
§ 1.7.4. ბრტყელი ტალღის გაზნევა ორ იდეალურად გამტარ ცილინდრზე.....	18
§ 1.7.5. წერტილოვანი წყაროს ველის გაზნევა ორ იდეალურად გამტარ ცილინდრზე.....	19
§ 1.8. MoM-Fourier მეთოდის ზოგიერთი თვისება.....	20
თავი 2. ელექტრომაგნიტური ველის გაზნევა გამტარ შრეებზე.....	22
§ 2.1. ამოცანის დასმა	22
§ 2.2. შელკუნოვის მოდელი	23
§ 2.3. ანალიტიკური ამოხსნა.....	23
§ 2.4. MoM-Fourier მეთოდის ჩამოყალიბება შრეებისთვის	24
§ 2.5. გადაცემის იმპედანსის დათვლა	28
§ 2.6. თხელი ეკრანის გადაცემის იმპედანსის დათვლა ბრტყელი ტალღის პირობებში.....	29
დასკვნები	30
გამოყენებული ლიტერატურა	30

ანოტაცია

დღეს ელექტრული და ჰიბრიდული გადაადგილების საშუალებების შემუშავება უფრო და უფრო მნიშვნელოვან როლს იძენს. არანაკლები მნიშვნელობა აქვს მათი შემადგენელი ნაწილების კომპიუტერულ მოდელირებას - გამართული მოდელები გვაძლევს საშუალებას ეკონომიურად და მოკლე ვადაში მოხდეს ელექტრული სისტემების დაგეგმარება, შემუშავება და თვისებების ღრმად შესწავლა.

მოცემულ ნამუშევარში წარმოდგენილი და შესწავლილი იქნა ელექტრულ სისტემებში გამოყენებული მკვებავი სადენების გამოსხივების ახალი მოდელი. შემოთავაზებული ნახევრად-ანალიტიკური ამოხსნა ეფუძნება რ. ჰარინგტონის მიერ აღწერილ მომენტების მეთოდს, წიგნიდან „Field Computation by Moment Methods“. ახალი MoM-Fourier მიდგომის ძირითადი თვისება მდგომარეობს იმაში, რომ გამტარებსა და ეკრანებზე დაცემული ველის მიერ აღძრული დენები გამოსახება ფურიეს მწკრივის სახით, ეს საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად შემცირდეს უცნობთა რაოდენობა და წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნისათვის საჭირო დრო.

წარმოდგენილი ნაშრომი შედგება რამოდენიმე ნაწილისაგან: დასაწყისში მიმოხილულია არსებული აღიარებული მეთოდები. შემდეგ, გამოყვანილი არის ახალი მიდგომა, განხილულია მისი თვისებები და ოპტიმიზაციის საკითხები. ამის შემდგომ ხდება ახალი მეთოდის შემოწმება შემდეგნაირად: ცილინდრული ფორმის გამტარებზე ელექტრომაგნიტური ველის გაბნევის ამოცანა შედარებულია მომენტების მეთოდის შედეგებთან, ხოლო ეკრანირებული კაბელის გადაცემის იმპედანსი შედარებულია შელკუნოვის ფუნდამენტურ ნაშრომს, სასრული გამტარებლობისა და სისქის ცილინდრული ეკრანის გატარების იმპედანსის დათვლის შესახებ. საბოლოოდ, გამოტანილია დასკვნები მიდგომის უპირატესობებისა და ნაკლებების შესახებ; ასევე მოყვანილია სამომავლო გეგმები და მეთოდის გაუმჯობესების სავარაუდო გზები.

Abstract

While development of electrical and hybrid vehicles is becoming more and more important nowadays, computer simulation of their components also gains much importance. Correct computer models allow for cost-effective and fast design of electrical systems and in-depth study of their properties.

In this work, a new method of computational modeling of radiation from shielded power cables in such vehicles is introduced and explored. Proposed semi-analytical solution is based on Methods of Moments as described by R. Harrington in “Field Computation by Moment Methods”. Key feature of new method is using Fourier series in order to represent currents induced on surfaces of wires and shields. This allows for dramatic reduction of unknowns and time for solution of system of linear equations.

Current work consists of several parts: at first, several existing state-of-the-art methods are reviewed. Next, a new solution is introduced and derived in detail, covering method properties and optimization issues. Then, the proposed MoM-Fourier solution is validated: diffraction of incident EM waves on cylinders is compared to Method of Moments results, while calculation of Transfer Impedance of a shielded cable is validated against fundamental work of Schelkunoff describing estimation of transfer impedance for cylindrical shields with finite conductivity and thickness. Finally, conclusions are drawn, underlining advantages and drawbacks of proposed method; plans for future work and possible improvements are outlined.

შესავალი

თანამედროვე სამყაროში უკვე დამკვიდრდა ჰიბრიდული მანქანების წარმოება. შემდეგი ნაბიჯი არის სრულიად ელექტრული გადაადგილების საშუალებზე გადასვლა, რომლებსაც ახასიათებთ მაღალი ეფექტურობა და მინიმალური კვალი გარემოზე. ასეთი მანქანების ბუნებიდან გამომდინარე, გასათვალისწინებელია ელექტრული და ელექტრონული სისტემების ურთიერთზეგავლენა უკვე პროექტირების ეტაპზე. ამ უარყოფითი ეფექტის მინიმუმზე დაყვანის მიზნით გამოიყენება ელექტრომაგნიტური ველის ეკრანები. ყველაზე ფართოდ კი გამოიყენება ეკრანირებული თანაღერძული (კოაქსიალური) სადენები.

ეკრანის გამოყენება განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მკვებავ ელექტროგადამცემ სადენებში, ვინაიდან ელექტრული მანქანის კვებიდან გადაიცემება საკმაოდ მაღალი სიმძლავრეები, რაც თავის მხრივ ნიშნავს არასასურველი გამოსხივების მაღალ დონეს. თანაღერძული სადენის ეკრანირების ეფექტურობის ერთ-ერთი ყველაზე ობიექტურ მახასიათებელი არის ე.წ. „გადაცემის იმპედანსი“ (transfer impedance). სადენების სხვა მახასიათებლების მსგავსად, როგორცაა მახასიათებელი იმპედანსი და განაწილებული (per-unit-length) პარამეტრები, გადაცემის იმპედანსი გვამღევს საშუალებას შევაფასოთ ეკრანირების ეფექტურობა გარე პირობებისგან დამოუკიდებლად.

მოცემულ საბაკალავრო ნაშრომში მიზანი არის სრული ელექტრომაგნიტური ამოხსნის შემუშავება ორგანოზომილებიანი ჩაკეტილი ობიექტებისათვის. მისი საშუალებით მოპოვებული იქნა ელექტრულ და ჰიბრიდულ მანქანებში გამოყენებული მკვებავი ელექტროგადამცემი სადენების გადაცემის იმპედანსი. ამისათვის გამოყენებული იქნება მომენტების მეთოდი. აღძრული დენების სიმკვრივის ფურიე მწკრივის კოეფიციენტები გამოყენებულია როგორც საბაზისო და ტესტური ფუნქციები (გალერკინის მეთოდი). თხელი შრის მოდელირება მოხდა მიცნერის პირობის გამოყენებით. მეთოდი გამოსაყენებელი იქნება არა-წრიული განიკვეთის მქონე ეკრანებისათვის.

პირველ თავში განხილულია ელექტრომაგნიტური ველის გამტარ ცილნდრებზე გაბნევის ამოცანა ორ განზომილებაში. მიჩნეულია, რომ ცილნდრები საკმარისი სიგრძისაა იმისთვის, რომ მივიჩნიოთ ისინი უსასრულოდ გრძლად. აქვე მიმოხილულია ამოცანის გადაწყვეტის არსებული ანალიტიკური და რიცხვითი მეთოდები: რელეის მწკრივად გაშლა და რ. ჰარინგტონის მიერ აღწერილი მომენტების მეთოდი, წიგნიდან „Field Computation by Moment Methods“. შემდგომ, გამოიყვანება ამოცანის ახალი ამონახსნი, რომელშიც გამოიყენება ინდუცირებული დენების წარმოდგენა ფურიეს მწკრივის სახით. ამის საშუალებით ხდება წრფივ განტოლებათა სისტემაში უცნობთა რაოდენობის და ამოხსნისთვის საჭირო დროის საგრძნობლად შემცირება.

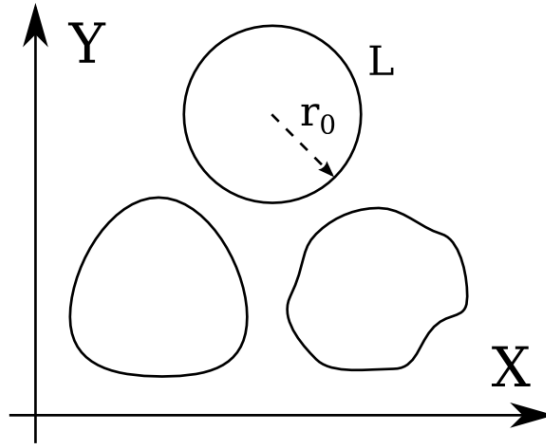
მეორე თავი ეძღვნება სასრული სისქის გამტარ შრეებზე ელექტრომაგნიტური ველის გაბნევის ამოცანას. მიმოხილულია შელკუნოვისა და ვანსის მიერ შემუშავებული მოდელები და გამოყვანილია ამოცანის ამოხსნის მიდგომა, რომელშიც გამოიყენებულია მიცნერის სასაზღვრო პირობა და ზედაპირული დენების წარმოდგენა ფურიეს მწკრივის სახით.

ამის საფუძველზე შეიქმნა პროგრამული უზრუნველყოფა, რომელიც საშუალებას გვამღევს დათვლილი იყოს, როგორც მავთულებზე ველის გაბნევის, ასევე ეკრანირებული სადენების გადაცემის იმპედანსის ამოცანები. ნაშრომში წარმოდგენილია შემუშავებული მეთოდის შედეგები, რომლებიც შედარებულია შესაბამისი ამოცანის სხვა, დამკვიდრებულ ამონახსნებს.

თავი 1. ელექტრომაგნიტური ველის გაზნევა გამტარ ცილინდრებზე

§ 1.1. ამოცანის დასმა

განვიხილოთ რამოდენიმე უსასრულო სივრცის იდეალურად გამტარი საგნის განიკვეთი L განივ მაგნიტურ მოდაში, თავისუფალი სივრცის და Z ღერძის გასწვრივ გავრცელებული დენების პირობებში.



სურათი 1. საგნები ღია სივრცეში, განიკვეთი

ჩაკეტილი L კონტურის მიერ გამოსხივებული ველები მოცემულია შემდეგი სახით [3]:

$$E_z(x, y) = -\frac{K_0 Z_0}{4} \int_L J_z(x', y') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (1.a)$$

$$H_x(x, y) = -\frac{K_0}{4j} \int_L J_z(x', y') \frac{y - y'}{R} H_1^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (1.b)$$

$$H_y(x, y) = \frac{K_0}{4j} \int_L J_z(x', y') \frac{x - x'}{R} H_1^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (1.c)$$

აქ $J_z(x', y')$ არის დენის სიმკვრივე L კონტურის წერტილში $(x', y') \in L$, მოცემული ერთეულში [ა/მ]; თავისუფალი სივრცის იმპედანსი $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$; ტალღური რიცხვი თავისუფალ გარემოში $k_0 = 2\pi f/c$ და მანძილი დაკვირვებისა და გამოსხივების წერტილებს შორის $R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$. აქ $H_n^{(2)}$ არის მეორე გვარის n-ური რიგის ჰანკელის (Hankel) ფუნქცია.

ცილინდრულ კოორდინატებში იგივე გამოსახულებები მოცემულია სახით:

$$E_z^{sc}(\rho, \varphi) = -\frac{K_0 Z_0}{4} \int_{L^\mp} J_z(\rho', \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (2.a)$$

$$H_\varphi^{sc}(\rho, \varphi) = \frac{jK_0}{4} \int_{L^\mp} J_z(\rho', \varphi') R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (2.b)$$

$$\text{აქ } R = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')}, \text{ ხოლო } R' = [\rho - \rho' \cos(\varphi - \varphi')]/R$$

კონტური L შესაძლოა იყოს ნებისმიერი ფორმის, რამოდენიმე შეზღუდვით: ის უნდა იყოს გლუვი, უწყვეტი და ჩაკეტილი. ასევე, კონტურზე არ უნდა ხდებოდეს თვითგადაკვეთა. სიმარტივისთვის, ჩვენ განვიხილავთ ცილინდრული ფორმის ობიექტებს.

განვიხილოთ სადენტა სისტემა. მათი აგზნება შესაძლებელია მოხდეს სამი სახის წყაროებით:

1. ბრტყელი ტალღა
2. ხაზოვანი წყარო
3. მიწოდებული ზედაპირული დენი

ბრტყელი ტალღის ველები დაითვლება შემდეგნაირად:

$$E_z^{inc}(x, y) = E_0 e^{-jk_0(x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)} \quad (3.a)$$

$$H_x^{inc}(x, y) = -\frac{\sin \varphi_0}{Z_0} E_z^{inc}(x, y) \quad (3.b)$$

$$H_y^{inc}(x, y) = \frac{\cos \varphi_0}{Z_0} E_z^{inc}(x, y) \quad (3.c)$$

რაც ცილინდრულ საკოორდინატო სისტემაში შემდეგი სახისაა:

$$E_z^{inc}(\rho, \varphi) = E_0 e^{jk_0 \rho \cos(\varphi - \varphi_0)} \quad (3.d)$$

$$H_\varphi^{inc}(\rho, \varphi) = -\frac{\rho}{Z_0} \sin(\varphi - \varphi_0) E_z^{inc}(x, y) \quad (3.e)$$

აქ φ_0 არის კუთხე X ღერძისა და ტალღის გავრცელების მიმართულებას შორის, ხოლო E_0 არის დაცემული ველის მაგნიტუდა, მოცემული ერთეულში [ვ/მ].

ხაზოვანი წყარო, მის განიკვეთში, წარმოადგენს წერტილოვან წყაროს. თუ მოცემულია მაზე მიწოდებული დენი I_0 [ა], გამოსხივებული ველი მიიღება [2]:

$$E_z^{inc}(x, y) = -\frac{K_0 Z_0}{4} I_0 H_0^{(2)}(K_0 R) \quad (4.a)$$

$$H_\varphi^{inc}(x, y) = \frac{jK_0}{4} I_0 H_1^{(2)}(K_0 R) \quad (4.b)$$

აქ R ასევე არის მანძილი დაკვირვებისა და გამოსხივების წერტილებს შორის. თუ წერტილოვანი წყარო მდებარეობს წერტილში (x_0, y_0) , მაშინ $R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$.

გარკვეული მუდმივი სიდიდის დენი შეიძლება მიწოდებული იყოს რომელიღაც კონტურის ზედაპირზე. გამოსხივებული ველები მიიღება (1.a) გამოსახულებებით, ერთი დამატებით პირობით, რომ დაცემული ველის მიუხედავად კონტურზე აღძრული სრული დენი უცვლელი რჩება:

$$\int_L J_z(x', y') dl' = I_0 \quad (5)$$

აქ I_0 არის სრული მიწოდებული დენი კონტურზე L, ამპერში [ა].

§ 1.2. ანალიტიკური ამოხსნა ბრტყელი ტალღისთვის

განვიხილოთ ანალიტიკური ამოხსნის დაცემული ბრტყელი ტალღის მიერ ინდუცირებული დენისთვის იდეალურად გამტარ ცილინდრზე განივ მაგნიტურ მოდაში, როგორც აღწერილია ტაი-ცზუნის წიგნში „The Scattering And Diffraction of Waves“ [1].

თუ განვიხილავთ იდეალურად გამტარი ცილინდრის კვეთას, რომელიც აღზნებულია განივ მაგნიტურ მოდაში გავრცელებული ბრტყელი ტალღის მიერ, სრული ელექტრული ველი არის:

$$E_z = E_z^{inc} + E_z^{sc} = |E_z|e^{j\theta E} \quad (5.a)$$

$$E_z(\rho, \varphi) = e^{jk\rho \cos\theta} - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} j^m \frac{J_m(ka)}{H_m^{(1)}(ka)} H_m^{(2)}(k\rho) e^{jm(\varphi-\varphi_0)} \quad (5.b)$$

სადაც φ_0 არის ბრტყელი ტალღის დაცემის კუთხე, $J_m(x)$ არის პირველი გვარის m -ური რიგის ბესელის (Bessel) ფუნქცია.

ცილინდრის ღერძის პარალელური დაცემული $E_z^{inc} = e^{jkx}$ ველის მიერ აღძრული დენის სიმკვრივე J_z ტოლია მაგნიტური ველის $H_\theta = B_\theta/\mu_0$ ტანგენციალური მდგენელისა ცილინდრის ზედაპირზე. მაქსველის განტოლებების თანახმად:

$$-\frac{\partial E_z}{\partial \rho} = j\omega B_\theta = j\omega\mu_0 J_z \quad (6)$$

ამისა და (5.b)-ს საშუალებით მიიღება ანალიტიკური გამოსახულება ზეპადირული დენის სიმკვრივისათვის:

$$J_z(\varphi) = -\frac{2|E_z^{inc}|}{\pi Z_0 K_0 r_0} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} j^m \frac{e^{jm(\varphi-\varphi_0)}}{H_m^{(2)}(ka)} \quad (7)$$

ამ გამოსახულებას შემდგომში გამოვიყენებთ შემოთავაზებული მეთოდის შემოწმებისთვის.

§ 1.3. მომენტების მეთოდი

განვიხილოთ რიცხვითი მიდგომა, სახელით მომენტების მეთოდი იმ ფორმით, როგორცაა ის აღწერილი ჰარინგონის მიერ [2]. განივ მაგნიტურ მოდაში მოთავსებული ცილინდრის ზედაპირზე დაცემული E_z^{inc} ველის ზემოქმედებით აღიძრება დენი სიმკვრივით J_z , ხოლო მის მიერ გამოსხივებული ველი E_z^{sc} მოიპოვება შემდეგნაირად:

$$E_z(x, y) = -\frac{K_0 Z_0}{4} \int_L J_z(x', y') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (8)$$

სასაზღვრო პირობა ცილინდრის ზედაპირულ კონტურზე მოცემულია როგორც:

$$E_z = E_z^{inc} + E_z^{sc} = 0 \quad (9)$$

აქედან მივიღებთ განტოლებას, სადაც ცნობილია დაცემული ველი E_z^{inc} , ხოლო უცნობის როლში არის აღძრული დენის სიმკვრივე J_z :

$$E_z^{inc} = \frac{K_0 Z_0}{4} \int_L J_z(x', y') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (10)$$

აქ R არის გამოსხივებისა და დაკვირვების წერტილებს შორის მანძილი. ამ განტოლების ამოხსნისათვის, ჰარინგტონი იყენებს პულსურ ფუნქციებს. ამრეკლავი კონტური დაიყოფა N ცალ ΔC_n სიგრძის სეგმენტად, ხოლო პულსური ფუნქცია განისაზღვრება როგორც:

$$f_n(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{on } \Delta C_n, n = m \\ 0 & \text{on } \Delta C_m, n \neq m \end{cases} \quad (11)$$

თუ ჩავთვლით, რომ $J_z = \sum \alpha_n f_n$ და ჩავსვათ მას (10)-ში, და დავაკმაყოფილებთ შედეგად მიღებულ განტოლებას თითოეული ΔC_m სეგმენტის (x_m, y_m) შუა წერტილში, შედეგად მივიღებთ მატრიცული სახის განტოლებას:

$$[l_{mn}] [\alpha_n] = [g_m] \quad (12)$$

აქ ცნობილი მარჯვენა ვექტორი $[g_m]$ და $[l_{mn}]$ მატრიცის ელემენტები მიიღება შემდეგნაირად:

$$g_m = E_z^{inc}(x_m, y_m) \quad (13.a)$$

$$l_{mn} = \frac{K_0 Z_0}{4} \Delta C_n H_0^{(2)}(K_0 R), n \neq m \quad (13.b)$$

$$l_{mn} = \frac{K_0 Z_0}{4} \Delta C_n \left[1 - j \frac{2}{\pi} \log \left(\frac{e^{\gamma} K_0 \Delta C_n}{4e} \right) \right], n = m \quad (13.c)$$

აქ $R = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}$, ხოლო $\gamma = 0.5772 \dots$ არის ეილერ-მაჩერონის მუდმივა, ხოლო $e = 2.718 \dots$ არის ნატურალური ლოგარითმის ფუძე (ეილერის რიცხვი).

თუ ამოვხსნით (12) განტოლებათა სისტემას, მივიღებთ ინდუცირებული დენის სიმკვრივეს ცილინდრის თითოეულ სეგმენტზე.

§ 1.4. MOM-FOURIER მეთოდის ჩამოყალიბება ერთი ცილინდრისთვის

განვიხილოთ დენი სიმკვრივით $J_z(x', y')$ ცილინდრულ კონტურზე L . იმის გამო, რომ კონტური ჩაკეტილია, ჩვენ შეგვიძლია განვიხილოთ ის როგორც პერიოდული ფუნქცია კონტურის გასწვრივ.

გადავწეროთ დენის სიმკვრივე J_z ფურიერს მწკრივის სახით:

$$J_z(l) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 l) + b_n \sin(n\omega_0 l)] \quad (14.a)$$

სადაც $\omega_0 = 2\pi/L$, ხოლო ფურიერს კოეფიციენტები გამოისახება:

$$a_0 = \frac{2}{L} \int_L J_z(l) dl \quad (14.b)$$

$$a_n = \frac{2}{L} \int_L J_z(l) \cos(n\omega_0 l) dl \quad (14.c)$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_L J_z(l) \sin(n\omega_0 l) dl \quad (14.d)$$

იმ შემთხვევაში, თუ დაცემული ველი E_z^{inc} აღაზნებს J_z დენს ცილინდრის ზედაპირზე, შედეგად გამოსხივდება გაბნეული ველი E_z^{sc} . თუ ჩავსვამთ (14.a)-ს გამოსახულებაში (3.a), მივიღებთ:

$$E_z^{sc}(x, y) = -\frac{K_0 Z_0}{4} \left(\int_L \frac{a_0}{2} H_0^{(2)}(K_0 R) dl' + \int_L \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 l') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' + \int_L \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 l') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' \right) \quad (15)$$

იმის გამო, რომ განვიხილავთ ცილინდრს, dl -ის ინტეგრალი L კონტურის გასწვრივ გადაიწერება შემდეგნაირად:

$$E_z^{sc}(x, y) = -\frac{K_0 Z_0 r_0}{4} \left(\int_0^{2\pi} \frac{a_0}{2} H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' + \int_0^{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' + \int_0^{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' \right) \quad (16)$$

აქ r_0 არის აღნიშნული ცილინდრის რადიუსი. ახლა კი შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$F_0(\varphi) \equiv \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' \quad (17.a)$$

$$F_n(\varphi) \equiv \int_0^{2\pi} \cos(n\omega_0 \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' \quad (17.b)$$

$$G_n(\varphi) \equiv \int_0^{2\pi} \sin(n\omega_0 \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' \quad (17.c)$$

შედეგად, განტოლება (16) იღებს შემდეგ სახეს:

$$E_z^{sc}(x, y) = \tilde{K} \left(a_0 F_0(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n F_n(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n G_n(\varphi) \right) \quad (18)$$

აქ $\tilde{K} \equiv -K_0 Z_0 r_0 / 4$. ამ მომენტისთვის მიღებულია განტოლება, სადაც ფურიეს კოეფიციენტები წარმოადგენენ უცნობებს. აღებული კოეფიციენტების რაოდენობაზე დამოკიდებულია ნაპოვნი გაბნეული ველის სიზუსტე.

თუ დავაკვირდებით არსებული წყაროების მიერ გამოსხივებული E_z^{inc} ველის სუპერპოზიციას ცილინდრის ზედაპირზე როგორც φ -ს ფუნქცია, პოლარულ საკოორდინატო სისტემაში რომლის ცენტრი მდებარეობს ცილინდრის ცენტრში:

$$f(\varphi) \equiv E_z^{inc}(\rho, \varphi)|_{\rho=r_0} \quad (19)$$

ცხადია რომ (19) არის φ -ს პერიოდული ფუნქცია, $T = 2\pi$ პერიოდით. ეს გვაძლევს საშუალებას გავშალოთ ველი ფურიეს მწკრივის სახით:

$$f(\varphi) = \frac{A_0^{inc}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m^{inc} \cos(m\varphi) + B_m^{inc} \sin(m\varphi)] \quad (20.a)$$

$$A_0^{inc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) d\varphi \quad (20.b)$$

$$A_m^{inc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \quad (20.c)$$

$$B_m^{inc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \quad (20.d)$$

სასაზღვრო პირობა ცილინდრულ ზედაპირზე არის:

$$E_z^{sc} = -E_z^{inc} \quad (21)$$

$$E_z^{sc} = -\left(\frac{A_0^{inc}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m^{inc} \cos(m\varphi) + B_m^{inc} \sin(m\varphi)] \right) \quad (22)$$

ახლა კი გავშალოთ გაბნეული ველი (18) ფურიეს მწკრივად, დაცემული ველის მსგავსად:

$$f'(\varphi) \equiv E_z^{sc}(\rho, \varphi)|_{\rho=r_0} \quad (23.a)$$

$$f'(\varphi) = \frac{A_0^{sc}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m^{sc} \cos(m\varphi) + B_m^{sc} \sin(m\varphi)] \quad (23.c)$$

$$A_0^{sc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f'(\varphi) d\varphi \quad (23.d)$$

$$A_m^{sc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f'(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \quad (23.e)$$

$$B_m^{sc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f'(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \quad (23.f)$$

შედეგად მიიღება:

$$\begin{aligned} \frac{A_0^{sc}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m^{sc} \cos(n\varphi) + B_m^{sc} \sin(n\varphi)] = \\ = - \left(\frac{A_0^{inc}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m^{inc} \cos(n\varphi) + B_m^{inc} \sin(n\varphi)] \right) \end{aligned} \quad (24)$$

ეს გამოსახულება გვაძლევს განტოლებათა სისტემას:

$$A_0^{sc} = -A_0^{inc} \quad (25.a)$$

$$A_m^{sc} = -A_m^{inc} \quad (25.c)$$

$$B_m^{sc} = -B_m^{inc} \quad (25.d)$$

რომლებიც სრულად ჩაწერის შემთხვევაში ვიღებთ:

$$\frac{\tilde{K}}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(a_0 F_0(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n F_n(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n G_n(\varphi) \right) d\varphi = -A_0^{inc} \quad (26.a)$$

$$\frac{\tilde{K}}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(a_0 F_0(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n F_n(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n G_n(\varphi) \right) \cos(m\varphi) d\varphi = -A_m^{inc} \quad (26.c)$$

$$\frac{\tilde{K}}{\pi} \int_0^{2\pi} \left(a_0 F_0(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n F_n(\varphi) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n G_n(\varphi) \right) \sin(m\varphi) d\varphi = -B_m^{inc} \quad (26.d)$$

სისტემის მატრიცული ფორმით გადაწერისას მიიღება:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{V} \quad (27.a)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{M,1} & \cdots & Z_{M,M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_M \end{bmatrix} \quad (27.b)$$

თუ ავიღებთ ფურიეს მწკრივის პირველ N ჰარმონიკას, მაშინ უცნობი J_z დენის ფურიეს კოეფიციენტების რაოდენობა ტოლია $M = 1 + 2N$ და ისინი არიან უცნობების \mathbf{X} ვექტორის წევრები:

$$x_1 = a_0 \quad (28.a)$$

$$x_{1+i} = a_i \quad (28.c)$$

$$x_{1+N+i} = b_i \quad (28.d)$$

სადაც $i = 1 \dots N$, მაშინ როდესაც მარჯვენა \mathbf{V} ნაწილში მყოფი მახვია მიღებულია (20.b) გამოსახულებებით:

$$v_1 = -A_0^{inc} \quad (29.a)$$

$$v_{1+i} = -A_i^{inc} \quad (29.c)$$

$$v_{1+N+i} = -B_i^{inc} \quad (29.d)$$

Z მატრიცის ყველა წევრი გამოთვლილია შემდეგი გამოსახულებებით:

$$z_{1,1} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} F_0(\varphi) d\varphi \quad (30.a)$$

$$z_{1,1+i} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} F_i(\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (30.c)$$

$$z_{1,1+N+i} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} G_i(\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (30.d)$$

$$z_{1+m,1} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} F_0(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \quad (30.e)$$

$$z_{1+m,1+i} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} F_i(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (30.f)$$

$$z_{1+m,1+N+i} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} G_i(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (30.g)$$

$$z_{1+m+N,1} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} F_0(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \quad (30.h)$$

$$z_{1+m+N,1+i} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} F_i(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (30.i)$$

$$z_{1+m+N,1+N+i} = \tilde{K} \int_0^{2\pi} G_i(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (30.j)$$

აქ $m = 1 \dots N$; ფუნქციები F_0, F_i, G_i განსაზღვრულია (17.a)-ში.

თუ შემოვიღებთ შემდეგ ფუნქციას:

$$\Psi_m(\varphi) = \begin{cases} 0.5, & m = 0 \\ \cos(m\varphi), & m = \overline{1, N} \\ \sin([m - N]\varphi), & m = \overline{N + 1, 2N} \end{cases} \quad (31)$$

ჩვენ შეგვიძლია განვაზოგადოთ (17.a) შემდეგნაირად:

$$\tilde{F}_m(\varphi) \equiv \int_0^{2\pi} H_0^{(2)}(K_0 R) \Psi_m(\varphi) d\varphi' \quad (32)$$

საბოლოოდ, Z მატრიცის ყველა ელემენტი მიიღება შემდეგი ტოლობიდან:

$$z_{i,j} = \left\{ \tilde{K} \int_0^{2\pi} \tilde{F}_{j-1}(\varphi) \Psi_{i-1}(\varphi) d\varphi \right. \quad (33)$$

ეს მიახლოება სტანდარტულ MoM-ის ამოხსნასთან შედარებით მნიშვნელოვნად ამცირებს წრფივ განტოლებათა სისტემის ზომას, რაც თავის მხრივ დიდად ამცირებს მატრიცის შებრუნებისა და შედეგების მიღების დროს. როგორც წესი, პირველი 5-10 ფურიე მწკრივის ჰარმონიკა არის საკმარისი დამაკმაყოფილებელი შედეგების მიღებისათვის.

§ 1.5. MOM-FOURIER მეთოდის ჩამოყალიბება ორი ცილინდრისთვის

წინა პარაგრაფში, განხილულია დაცემული ველის გაბნევის ამოცანა ცილინდრულ იდეალურ გამტარზე. ამ პარაგრაფში კი განხილულია იგივე ამოცანა ორი ცილინდრული გამტარისათვის.

როგორც წინა პარაგრაფშია ნაჩვენები, დაცემული E_z^{inc} ველსა და i -ურ ცილინდრზე J_z^i დენებს შორის ურთიერთზემოქმედება შეიძლება გამოთვლილი იყოს (33) ფორმულით თითოეული ცილინდრისთვის. ახლა კი უნდა განისაზღვროს ცილინდრებზე დენების ერთმანეთთან ურთიერთქმედება და ამოიხსნას განტოლებათა სისტემა, რომელიც მოიცავს ყველა ურთიერთქმედებას.

სისტემის განტოლებების გამოყვანა არის იდენტური ერთი ცილინდრის შემთხვევის. ერთადერთი განსხვავებით - სასაზღვრო პირობები გამოსახულია შემდეგ ნაირად:

$$\begin{cases} E_z^{sc(1)} = -E_z^{inc(1)} - E_z^{(1,2)} \\ E_z^{sc(2)} = -E_z^{inc(2)} - E_z^{(2,1)} \\ E_z^{sc(1)} + E_z^{(1,2)} = -E_z^{inc(1)} \\ E_z^{sc(2)} + E_z^{(2,1)} = -E_z^{inc(2)} \end{cases} \quad (34)$$

სადაც $E_z^{inc(j)}$ არის დაცემული ველი j -იურ ცილინდრის ზედაპირზე და $E_z^{sc(j)}$ არის მის მიერ არეკლილი ველი. ელექტრული ველი $E_z^{(j,i)}$ არის j -ური ცილინდრის ზედაპირზე დასხივებული ველი i -ური ცილინდრის ზედაპირზე გამავალი $J_z^{(i)}$ დენის მიერ. დანარჩენი გამოყვანის პროცესი არის უცვლელი და იდენტური. შედეგად ვიღებთ განტოლებათა სისტემისა შემდეგი მატრიცული ფორმით:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{V} \quad (35.a)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} \\ S_{2,1} & S_{2,2} \end{bmatrix} \quad (35.b)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (35.c)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (35.d)$$

აქ მატრიცა Z დავყავით $S_{i,j}$ ქვემატრიცებად. უფრო ზუსტად კი: $S_{i,j}$ ($i = j$) ქვემატრიცები შეესაბამება გაბნეულ ველს, ხოლო მათი წევრები მიიღება (33)-ის მეშვეობით, ხოლო $S_{i,j}$ ($i \neq j$) განასახიერებს იმ ველს, რომელსაც j -ური ცილინდრი დაასხივებს i -ურის ზედაპირზე. X_i ვექტორი შედგება i -ური ცილინდრის დენის ფურიე კოეფიციენტებისგან (28.a), ხოლო V_i ვექტორში შედის იგივე ცილინდრის ზედაპირზე აღებული E_z^{inc} დაცემული ველის ფურიეს კოეფიციენტებისგან (29.a).

$S_{l,k}$ ($k \neq l$) ქვემატრიცის წევრები მიიღება შემდეგი გამოსახულებებით:

$$z_{1,1} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} F_0^{(k)}(\varphi) d\varphi \quad (36.a)$$

$$z_{1,1+i} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} F_i^{(k)}(\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (36.c)$$

$$z_{1,1+N+i} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} G_i^{(k)}(\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (36.d)$$

$$z_{1+m,1} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} F_0^{(k)}(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \quad (36.e)$$

$$z_{1+m,1+i} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} F_i^{(k)}(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (36.f)$$

$$z_{1+m,1+N+i} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} G_i^{(k)}(\varphi) \cos(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (36.g)$$

$$z_{1+m+N,1} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} F_0^{(k)}(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \quad (36.h)$$

$$z_{1+m+N,1+i} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} F_i^{(k)}(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (36.i)$$

$$z_{1+m+N,1+N+i} = \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} G_i^{(k)}(\varphi) \sin(m\varphi) d\varphi \Big|_{i=1}^N \quad (36.j)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$F_0^{(k)}(\varphi) \equiv \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} H_0^{(2)}(K_0 R) d\varphi' \quad (37.a)$$

$$F_n^{(k)}(\varphi) \equiv \int_0^{2\pi} \cos(n\omega_0\varphi') H_0^{(2)}(K_0R) d\varphi' \quad (37.b)$$

$$G_n^{(k)}(\varphi) \equiv \int_0^{2\pi} \sin(n\omega_0\varphi') H_0^{(2)}(K_0R) d\varphi' \quad (37.c)$$

სადაც,

$$\tilde{K}^{(l)} = -K_0 Z_0 r_0^{(l)} / 4\pi$$

$$R = \sqrt{\left(x_0^{(k)} - x_0^{(l)} + r_0^{(k)} \cos \varphi'^{(k)} - r_0^{(l)} \cos \varphi^{(l)}\right)^2 + \left(y_0^{(k)} - y_0^{(l)} + r_0^{(k)} \sin \varphi'^{(k)} - r_0^{(l)} \sin \varphi^{(l)}\right)^2}$$

(31) ფორმულის გამოყენებით მიიღება (37.a)-ის განზოგადოებული სახე:

$$\tilde{F}_m^{(k)}(\varphi) \equiv \int_0^{2\pi} H_0^{(2)}(K_0R) \Psi_m(\varphi) d\varphi' \quad (38)$$

რაც ავტომატურად მისცემს (36.a)-ს შემდეგ სახეს:

$$z_{i,j} = \left\{ \tilde{K}^{(l)} \int_0^{2\pi} \tilde{F}_{j-1}^{(k)}(\varphi) \Psi_{i-1}(\varphi) d\varphi \right. \quad (39)$$

§ 1.6. MOM-FOURIER მეთოდის ჩამოყალიბება ცილინდრების ნებისმიერი რაოდენობისთვის

მეთოდის განზოგადება n ცალი ცილინდრისათვის უშუალოდ გამომდინარეობს ორი ცილინდრის შემთხვევიდან. სასაზღვრო პირობები იქნება:

$$\begin{cases} E_z^{sc(1)} = -E_z^{inc(1)} - E_z^{(1,2)} - \dots - E_z^{(1,n)} \\ \vdots \\ E_z^{sc(n)} = -E_z^{inc(n)} - E_z^{(n,1)} - \dots - E_z^{(n,n)} \\ E_z^{sc(1)} + E_z^{(1,2)} + \dots + E_z^{(1,n)} = -E_z^{inc(1)} \\ \vdots \\ E_z^{sc(n)} + E_z^{(n,1)} + \dots + E_z^{(n,n)} = -E_z^{inc(n)} \end{cases} \quad (40)$$

ხოლო წრფივ განტოლებათა სისტემას ექნება შემდეგი სახე:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{V} \quad (41.a)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & \dots & S_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n,1} & \dots & S_{n,n} \end{bmatrix} \quad (41.b)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad (41.c)$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (41.d)$$

სადაც ქვე-მატრიცის ელემენტები $S_{i,j}$ ($i = j$) იპოვება (33)-ის მიხედვით და ქვე-მატრიცის $S_{l,k}$ ($k \neq l$) ელემენტები გამოითვლება (39) ფორმულით.

§ 1.7. შედეგები

აქ მოვიყვან მიდგომის იმპლემენტაციის შედეგად მიღებულ რიცხვით შედეგებს სხვადასხვა შემთხვევისთვის.

§ 1.7.1. ბრტყელი ტალღის გაზნევა იდეალურად გამტარ ცილინდრზე

ამ პრობლემაში განხილულია გარე ბრტყელი ტალღის ზემოქმედება ერთ ცილინდრზე.

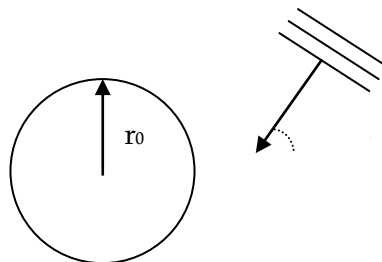
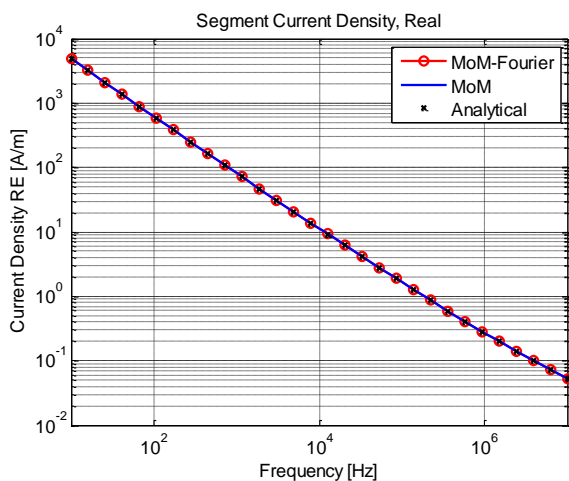


FIG. 1. ამოცანის აღწერა

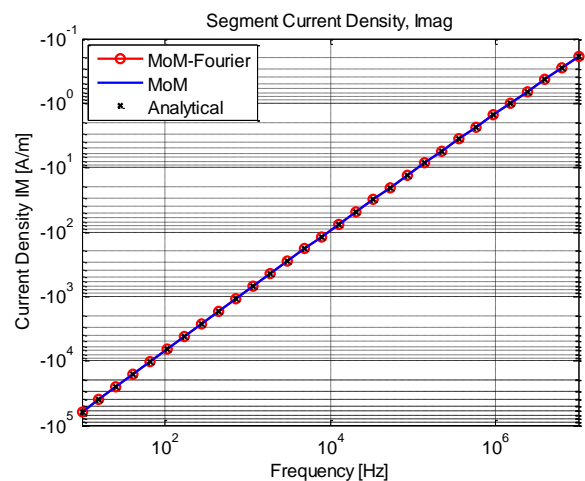
გამოთვლები ჩატარდა 10Hz-10MHz სიხშირეთა დიაპაზონში, შემდეგი პარამეტრებით:

რადიუსი, r_0	1cm
დაცემის კუთხე, φ_0	90°
სეგმენტების რაოდენობა	100
ჰარმონიკები	3

გამოთვლების შედეგები ნაჩვენებია შემდეგ გრაფიკებზე:



გრაფიკი 1. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. ნამდვილი



გრაფიკი 2. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. წარმოსახვითი

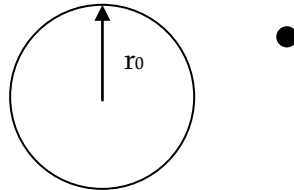
თითოეული სიხშირის დათვლის დრო ჩამოთვლილია ცხრილში:

	დათვლის დრო [წმ]
--	------------------

MoM	0.01
MoM-Fourier	0.05

§ 1.7.2. წერტილოვანი წყაროს ველის გაზნევა იდეალურად გამტარ ცილინდრზე

პარაგრაფში აღწერილია წერტილოვანი წყაროს მიერ გამოსხივებული ველის ზემოქმედება ერთ ცილინდრზე.

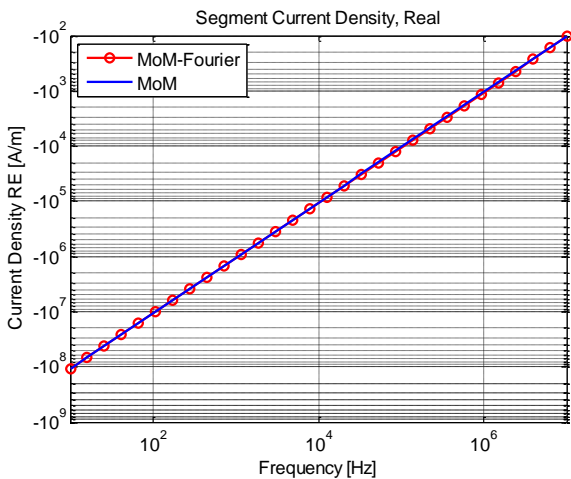


სურათი 2. ამოცანის აღწერა

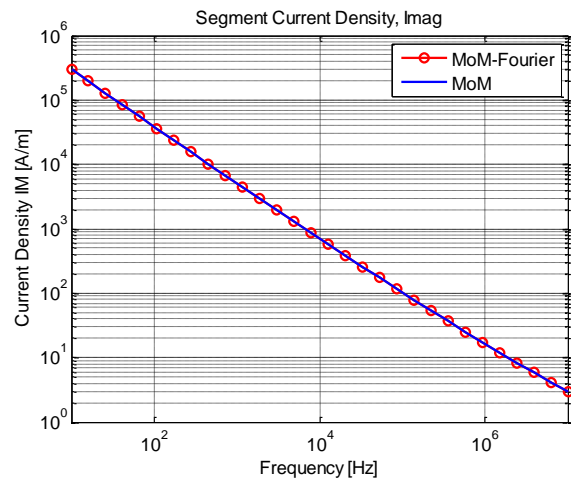
გამოთვლები ჩატარდა 10Hz-10MHz სიხშირეთა დიაპაზონში, შემდეგი პარამეტრებით:

ცილინდრის რადიუსი, r_0	1სმ
I_0 მაგნიტუდა	1.0
I_0 ფაზა	0.0
სეგმენტების რაოდენობა	100
ფურიეს ჰარმონიკები	3

გამოთვლების შედეგები ნაჩვენებია შემდეგ გრაფიკებზე:



გრაფიკი 3. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. ნამდვილი



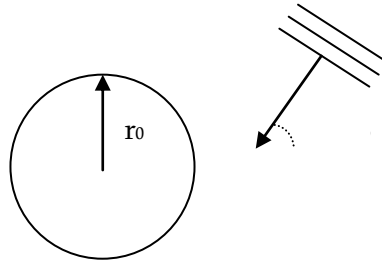
გრაფიკი 4. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. წარმოსახვითი

თითოეული სიხშირის დათვლის დრო ჩამოთვლილია ცხრილში:

	დათვლის დრო [წმ]
MoM	0.005
MoM-Fourier	0.05

§ 1.7.3. ველის გაბნევა იდეალურად გამტარ ცილინდრზე მიწოდებული დენით

ამ პარაგრაფში განხილულია გარე ბრტყელი ტალღის ზემოქმედება ერთ ცილინდრზე, რომელზეც მოწოდებულია მუდმივი დენი.

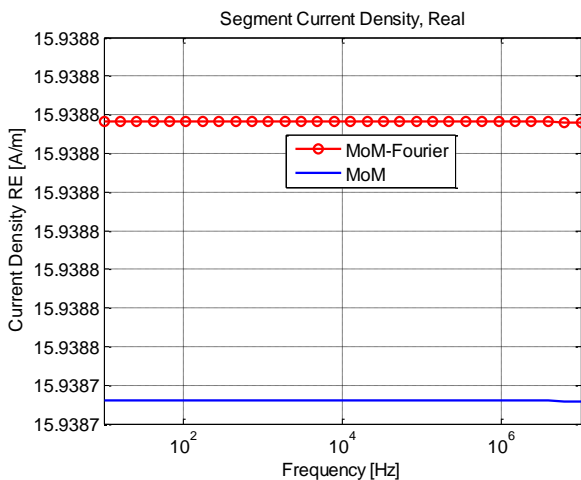


სურათი 3. ამოცანის აღწერა

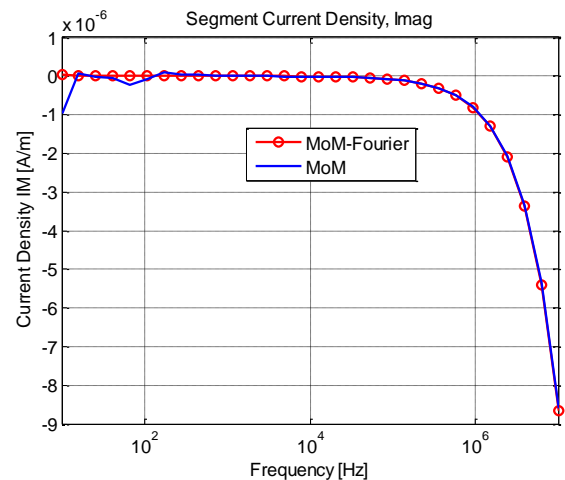
გამოთვლები ჩატარდა 10Hz-10MHz სიხშირეთა დიაპაზონში, შემდეგი პარამეტრებით:

ცილინდრის რადიუსი, r_0	1cm
დაცემის კუთხე, ϕ_0	35°
მიწოდებული დენის ამპლიტუდა, I_0	1.0
სეგმენტების რაოდენობა	100
ფურიეს ჰარმონიკები	3

გამოთვლების შედეგები ნაჩვენებია შემდეგ გრაფიკებზე:



გრაფიკი 5. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. ნამდვილი



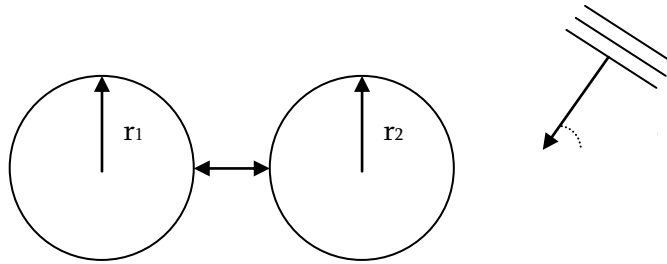
გრაფიკი 6. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. წარმოსახვითი

თითოეული სიხშირის დათვლის დრო ჩამოთვლილია ცხრილში:

	დათვლის დრო [წმ]
MoM	0.01
MoM-Fourier	0.05

§ 1.7.4. ბრტყელი ტალღის გაზნევა ორ იდეალურად გამტარ ცილინდრზე

ამოცანა აღწერს ბრტყელი ტალღის ზემოქმედებას ორ ცილინდრზე.

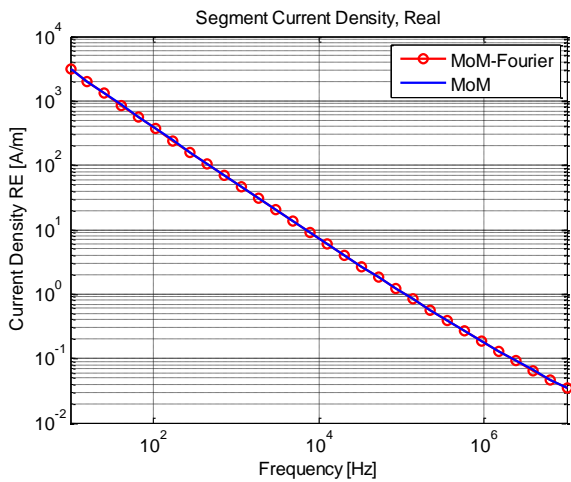


სურათი 4. ამოცანის აღწერა

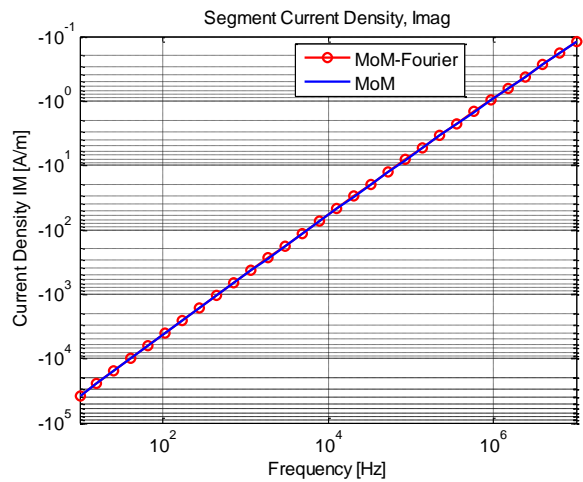
გამოთვლები ჩატარდა 10Hz-10MHz სიხშირეთა დიაპაზონში, შემდეგი პარამეტრებით:

ცილინდრის რადიუსი, r_1	1სმ
ცილინდრის რადიუსი, r_2	1სმ
საცემის კუთხე, φ_0	35°
მანძილი, d	1მმ
სეგმენტების რაოდენობა	100
ფურიეს ჰარმონიკები	5

გამოთვლების შედეგები ნაჩვენებია შემდეგ გრაფიკებზე:



გრაფიკი 7. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. ნამდვილი



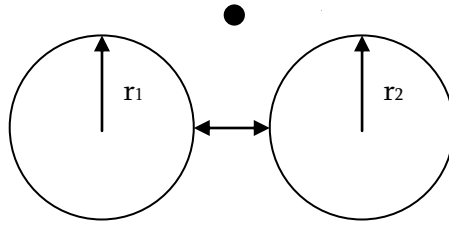
გრაფიკი 8. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. წარმოსახვითი

თითოეული სიხშირის დათვლის დრო ჩამოთვლილია ცხრილში:

	დათვლის დრო [წმ]
MoM	0.01
MoM-Fourier	0.05

§ 1.7.5. წერტილოვანი წყაროს ველის გაზნევა ორ იდეალურად გამტარ ცილინდრზე

ამოცანა აღწერს წერტილოვანი წყაროს ზემოქმედებას ორ ცილინდრზე.

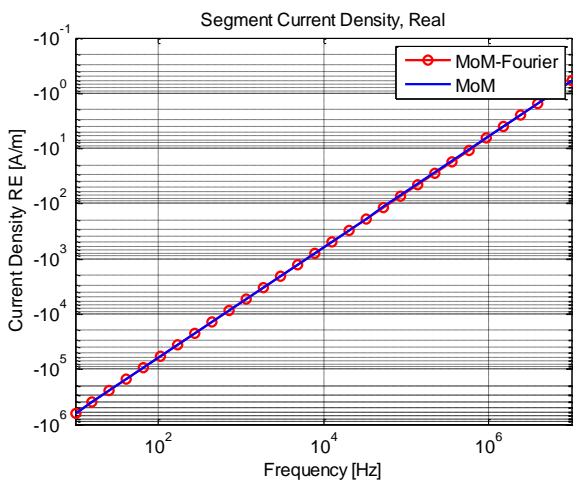


სურათი 5. ამოცანის აღწერა

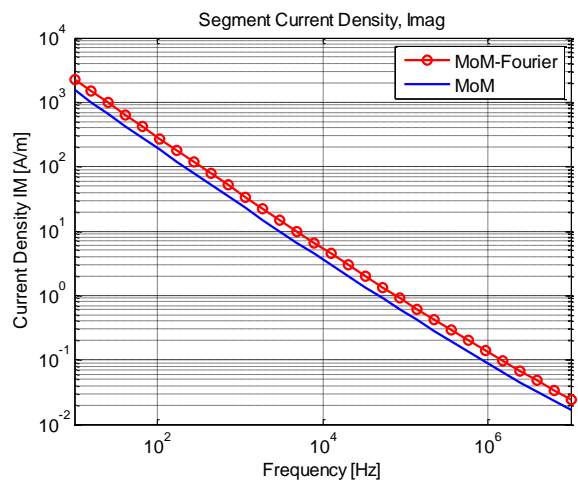
გამოთვლები ჩატარდა 10Hz-10MHz სიხშირეთა დიაპაზონში, შემდეგი პარამეტრებით:

ცილინდრის რადიუსი, r_1	1სმ
ცილინდრის რადიუსი, r_2	1სმ
I_0 მაგნიტუდა	1.0
I_0 ფაზა	0.0
მანძილი, d	1მმ
სეგმენტების რაოდენობა	100
ფურიეს ჰარმონიკები	6

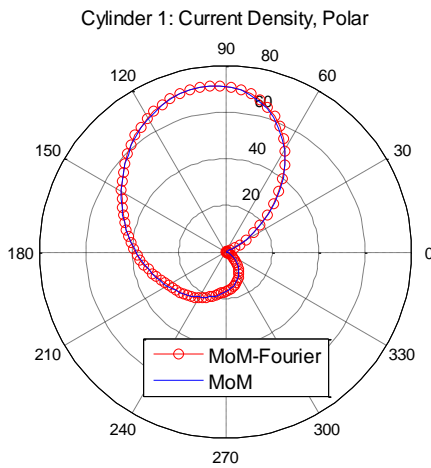
გამოთვლების შედეგები ნაჩვენებია შემდეგ გრაფიკებზე:



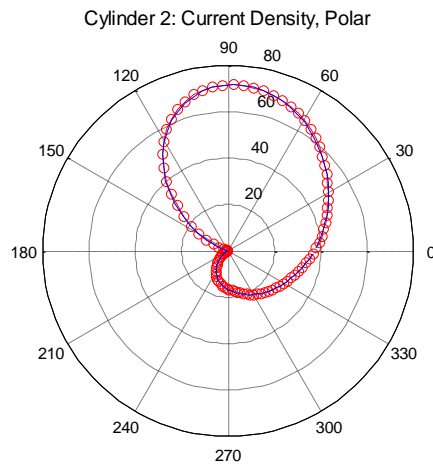
გრაფიკი 9. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. ნამდვილი



გრაფიკი 10. დენის სიმკვრივის დამოკიდებულება სიხშირეზე. წარმოსახვითი



გრაფიკი 11. დენის ამპლიტუდა კონტურის გასწვრივ. რეალური



გრაფიკი 12. დენის ამპლიტუდა კონტურის გასწვრივ. წარმოსახვითი

თითოეული სიხშირის დათვლის დრო ჩამოთვლილია ცხრილში:

	დათვლის დრო [წმ]
MoM	0.008
MoM-Fourier	0.3

§ 1.8. MOM-FOURIER მეთოდის ზოგიერთი თვისება

იმის და მიუხედავად, რომ აღწერილი მიდგომა გვამღევეს საშუალებას მოკლე ხანში ამოვხსნათ წრფივ განტოლებათა სისტემა, მისი Z მატრიცის შევსება მოითხოვს საკმაოდ დიდ დროს, ვინაიდან მასში ხდება მრავალი ორმაგი ინტეგრალის რიცხვითად აღება. საჭიროა განსაკუთრებული ყურადღება მიექცეს მატრიცის შევსების პროცესის ასწრაფებას.

უპირველეს ყოვლისა, დავაკვირდეთ მატრიცის იმ წევრებს, რომლებიც აღწერენ თუ როგორ ზემოქმედებს დაცემული ველი რაიმე კონტურზე. ეს წევრები მიიღება (33)-ის თანახმად. იმის გამო, რომ ჩვენ წარმოვადგენთ ველს ფურიეს ორთოგონალურ მწკრივად, ლოგიკურია ვივარაუდოთ რომ დაცემული E_z^{inc} ველის i -ური ჰარმონიკა აღძრავს J_z დენის იგივე ჰარმონიკას, და პირიქით. ამგვარად, მატრიცის ეს ნაწილი იქნება მკაცრად დიაგონალური:

$$Z_{i,j} = 0 \quad (i \neq j) \quad (42.a)$$

ნამდვილადაც, გამოთვლები აჩვენებს, რომ მნიშვნელობა აქვს მხოლოდ $Z_{i,i}$ წევრებს, რადგან $Z_{i,j} \approx 0 \quad (i \neq j)$, სადაც მათი ნულისგან განსხვავება განპირობებულია რიცხვითი ცდომილების მიერ. გარდა ამისა, მათემატიკური თვალსაზრისით გამოსახულებები, რომლებიც გამოიყენება არადიაგონალური ელემენტების პოვნაში, შედგება ურთიერთ-ორთოგონალური ფუნქციებისაგან, რაც კიდევ ერთხელ ამტკიცებს გამოხატულ აზრს.

ზემოხსენებული თვისება დიდად ასწრაფებს მატრიცის შევსებას: თუ საჭირო იყო M^2 წევრის დათვლა, ახლა საჭიროა მხოლოდ M ელემენტის პოვნა. ამგვარად, მატრიცა შეივსება M -ჯერ უფრო სწრაფად და აქვს შემდეგი ფორმა:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & z_{M,M} \end{bmatrix} \quad (42.b)$$

ახლა კი განვიხილოთ \mathbf{Z} მატრიცის ის ნაწილი, რომელიც აღწერს ურთიერთქმედებას კონტურებს შორის. ფურიეს მწკრივის ცნობილი თვისებაა ის, რომ ლუწი ფუნქციის ფურიეს მწკრივის კოეფიციენტები არ შეიცავენ სინუსოიდურ წევრებს, ხოლო კენტი ფუნქციის კოეფიციენტები არ შეიცავენ კოსინუსოიდურ და მუდმივ წევრებს [3][4]. ეს მეტყველებს იმაზე, რომ მატრიცის შემდეგი ნაწილი იქნება ნულის ტოლი:

$$z_{i,j} = z_{j,i} = 0 \quad (i = 2 + N \dots M, j = 1 \dots N + 1) \quad (43.a)$$

ეს აგრეთვე აჩქარებს მატრიცის შევსების პროცესს: თუ საჭირო იყო $M^2 = (1 + 2N)^2$ წევრის პოვნა, ახლა საჭიროა მხოლოდ $(N + 1)M$ წევრის გამოთვლა. ამგვარად მატრიცის შევსება აჩქარდება $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1+2N}{1+N} = 2$ -ჯერ და ექნება შემდეგი სახე:

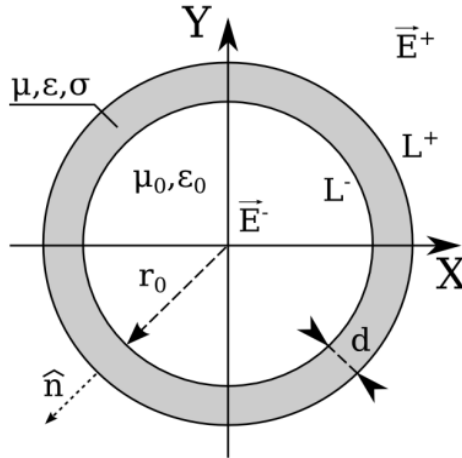
$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{1,1} & \dots & z_{1,N+1} & & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & & & 0 \\ z_{N+1,1} & \dots & z_{N+1,N+1} & & & & \\ & & & z_{N+2,N+2} & \dots & z_{N+2,M} & \\ & & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & \\ & & & z_{M,N+2} & \dots & z_{M,M} & \end{bmatrix} \quad (43.b)$$

ეს ასევე შემოწმდა წევრების უშუალო დათვლით. შედეგმა აჩვენა, რომ მოსალოდნელი ნულოვანი წევრების სიდიდე იყო ნულთან ახლოს ($\approx 10^{20}$). ნულისგან გადახრა კი განპირობებულია რიცხვითი ინტეგრების ცდომილებით.

თავი 2. ელექტრომაგნიტური ველის გაბნევა გამტარ შრეებზე

§ 2.1. ამოცანის დასმა

განვიხილოთ ცილინდრული ფორმის შრე განივ მაგნიტურ მოდაში, თავისუფალი სივრცის და Z ღერძის გასწვრივ გავრცელებული დენების პირობებში. შრე ხასიათდება სისქით d , და ტალღური წინაღობით $Z_c = \sqrt{\mu/\varepsilon}$, სადაც $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r + i\sigma/\omega$ და $\mu = \mu_0(\mu'_r + i\mu''_r)$ არის კომპლექსური დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობა. გარე და შიგა კონტურები აღინიშნება L^+ და L^- შესაბამისად.



სურათი 6. შრე ღია სივრცეში, განივკვეთი

ველი შრის გარეთ და შიგნით მოცემული მიცნერის სასაზღვრო პირობით [5]:

$$-\hat{n} \times \vec{E}^+ + Z_c \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}^+) + e^{-\alpha} [\hat{n} \times \vec{E}^- - Z_c \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}^-)] = 0 \quad (44.a)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}^- + Z_c \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}^-) + e^{-\alpha} [-\hat{n} \times \vec{E}^+ - Z_c \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}^+)] = 0 \quad (44.b)$$

აქ, \hat{n} არის შრის ზედაპირის ნორმალი, \vec{E} და \vec{H} არის ჯამური ელექტრული და მაგნიტური ველი, ხოლო '+' და '-' აღნიშნავენ შრის შიგა და გარე მხარეებს.

ველის შრეში გავრცელების კომპლექსური მიღევა მოცემულია როგორც $\alpha = -ikd$, სადაც $k = \omega\sqrt{\varepsilon \cdot \mu} = k' + ik''$ არის შრის მასალის და ω ციკლური სიხშირის შესაბამისი ტალღური რიცხვი. სკინ შრე ჩაიწერება როგორც $\delta = 1/k''$.

მიცნერის სასაზღვრო პირობები შეიძლება გამოვიყენოთ როგორც ელექტრულად თხელი $d/\delta < 1$, ისე მსხვილი $d/\delta \geq 1$ შრეებისათვის. მაღალი გამტარებლობის მქონე მასალისთვის შეიძლება გადავწეროთ $\alpha = (1 - i)d/\delta$, ამგვარად $e^{-\alpha}$ მიიღევა ექსპონენციალურად d/δ -ის ზრდასთან ერთად ამგვარად, თუ $d/\delta \gg 1$, მაშინ ველი შრის ორივე მხარეს ერთმანეთისგან დამოუკიდებელია [3] და მიცნერის პირობა დადის ლეონტოვიჩის სასაზღვრო პირობაზე [6]:

$$-\hat{n} \times \vec{E}^+ + Z_c \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}^+) = 0 \quad (45.a)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}^- + Z_c \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}^-) = 0 \quad (45.b)$$

ამ პირობის მეშვეობით შესაძლებელია ველის გაბნევის ამოცანის ამოხსნა პარაგრაფში § 1.4 მოყვანილი მეთოდით სასრული გამტარებლობის მქონე ცილინდრების შემთხვევაში, თუმცა ამ ნაშრომში ეს საკითხი ახლოს არ განიხილება.

§ 2.2. შელკუნოვის მოდელი

ს. შელკუნოვის ფუნდამენტური ნაშრომის [7][8] თანახმად, კოაქსიალური სადენის გადაცემის იმპედანსი დაითვლება შემდეგნაირად:

$$Z_T = \frac{k}{2\pi b \sigma} \frac{J_1(ka)N_0(ka) - N_1(ka)J_0(ka)}{J_1(ka)N_1(kb) - N_1(ka)J_1(kb)} \quad (46)$$

სადაც a და b არის ეკრანის შიდა და გარე რადიუსები შესაბამისად, k - ტალღური რიცხვი, σ - მასალის გამტარებლობა. J_0, J_1, N_0, N_1 არის ნულოვანი და პირველი რიგის ბესელისა და ნეიმანის ფუნქციები კომპლექსური არგუმენტისთვის.

§ 2.3. ანალიტიკური ამოხსნა

გამტარი შრის ორივე მხარეს მყოფი ველები გამოვსახოთ შემდეგნაირად:

$$E^{sc+} = A_0 H_0^{(1)}(k_0 \rho) \quad (47.a)$$

$$H^{sc+} = \frac{j}{Z_0} A_0 H_1^{(1)}(k_0 \rho) \quad (47.b)$$

$$E^{sc-} = B_0 J_0(k_0 \rho) \quad (47.c)$$

$$H^{sc-} = \frac{j}{Z_0} B_0 J_1(k_0 \rho) \quad (47.d)$$

აქ A_0 და B_0 წარმოადგენს უცნობ კოეფიციენტებს. ჩავწეროთ მიცნერის პირობა მოცემული ფორმულებისათვის:

$$-E^{sc+} + Z_c H^{sc+} + e^{-\alpha} [E^{sc-} - Z_c H^{sc-}] = F_1 \quad (48.a)$$

$$E^{sc-} + Z_c H^{sc-} + e^{-\alpha} [-E^{sc+} - Z_c H^{sc+}] = F_2 \quad (48.b)$$

$$F_1 = -[-E^{inc+} + Z_c H^{inc+}] \quad (48.c)$$

$$F_1 = -e^{-\alpha} [-E^{inc+} + Z_c H^{inc+}] \quad (48.d)$$

გარედან დაცემული ველი გამოვსახოთ შემდეგნაირად:

$$E^{inc+} = J_0(k_0 \rho) \quad (49.a)$$

$$H^{inc+} = \frac{j}{Z_0} J_1(k_0 \rho) \quad (49.b)$$

ჩავსვათ (47.a) მიცნერის პირობის ტოლობაში:

$$A_0 \left[-H_0^{(1)}(k_0 b) + j \frac{Z_c}{Z_0} H_1^{(1)}(k_0 b) \right] + e^{-\alpha} B_0 \left[J_0(k_0 a) - j \frac{Z_c}{Z_0} J_1(k_0 a) \right] = F_1 \quad (50.a)$$

$$A_0 e^{-\alpha} \left[-H_0^{(1)}(k_0 b) - j \frac{Z_c}{Z_0} H_1^{(1)}(k_0 b) \right] + B_0 \left[J_0(k_0 a) + j \frac{Z_c}{Z_0} J_1(k_0 a) \right] = F_2 \quad (50.b)$$

თუ უცნობ კოეფიციენტებთან მდგომ გამოსახულებებს აღვნიშნავთ z_{ij} ცვლადებით, მივიღებთ წრფივ განტოლებათა სისტემას:

$$z_{11}A_0 + z_{12}B_0 = F_1 \quad (51.a)$$

$$z_{21}A_0 + z_{22}B_0 = F_1 \quad (51.b)$$

სისტემის ამოხსნის შემთხვევაში, საშუალება გვქვია ვიპოვოთ შრის ზედაპირზე აღძრული დენები და მათ მიერ გამოსხივებული ველები.

§ 2.4. MOM-FOURIER მეთოდის ჩამოყალიბება შრეებისთვის

განვიხილოთ ელექტრულად თხელი, ჩაკეტილი ცილინდრული შრის განივკვეთი თავისუფალ სივრცეში. მიცნერის სასაზღვრო პირობა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$-E_z^+ + Z_c H_\phi^+ + e^{-\alpha} [E_z^- - Z_c H_\phi^-] = 0 \quad (52.a)$$

$$E_z^- + Z_c H_\phi^- + e^{-\alpha} [-E_z^+ - Z_c H_\phi^+] = 0 \quad (52.b)$$

ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში სრული ელექტრული და მაგნიტური ველები შრის შიგნით (“-”) და გარეთ (“+”) მოიცემა შემდეგი ტოლობით:

$$E_z^\mp = E_z^{inc\mp} + E_z^{sc\mp} \quad (53.a)$$

$$H_\phi^\mp = H_\phi^{inc\mp} + H_\phi^{sc\mp} \quad (53.b)$$

განვიხილოთ (52.a) ფორმულა მოცემული შრისათვის. (53.a) ფორმულების გამოყენებით ჩვენ ვიღებთ:

$$\begin{aligned} & -(E_z^{inc+} + E_z^{sc+}) + Z_c (H_\phi^{inc+} + H_\phi^{sc+}) \\ & + e^{-\alpha} [(E_z^{inc-} + E_z^{sc-}) - Z_c (H_\phi^{inc-} + H_\phi^{sc-})] = 0 \\ & -E_z^{sc+} + Z_c H_\phi^{sc+} + e^{-\alpha} E_z^{sc-} - e^{-\alpha} Z_c H_\phi^{sc-} \\ & = E_z^{inc+} - H_\phi^{inc+} - e^{-\alpha} E_z^{inc-} + e^{-\alpha} H_\phi^{inc-} \end{aligned} \quad (54)$$

თუ შიდა და გარე კონტურზე მოცემული დენები J_z^- და J_z^+ , აღიბურება დაცემული $E_z^{inc\mp}$ და $H_\phi^{sc\mp}$ -ის მიერ, არეკლილი ველები $E_z^{sc\mp}$ და $H_\phi^{sc\mp}$ გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$E_z^{sc\mp}(\rho, \varphi) = -\frac{K_0 Z_0}{4} \int_{L^\mp} J_z^\mp(\rho', \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (55.a)$$

$$H_\phi^{sc\mp}(\rho, \varphi) = \frac{jK_0}{4} \int_{L^\mp} J_z^\mp(\rho', \varphi') R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl' \quad (55.b)$$

სადაც $R = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')}$ და $R' = [\rho - \rho' \cos(\varphi - \varphi')]/R$

(55.a) ფორმულების მიხედვით (54) გადაიწერება შემდეგ ნაირად:

$$\begin{aligned} & \frac{K_0 Z_0}{4} \int_{L^+} J_z^+(\rho', \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' + Z_c \frac{jK_0}{4} \int_{L^+} J_z^+(\rho', \varphi') R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl' - \\ & - e^{-\alpha} \frac{K_0 Z_0}{4} \int_{L^-} J_z^-(\rho', \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) dl' - \\ & - e^{-\alpha} Z_c \frac{jK_0}{4} \int_{L^-} J_z^-(\rho', \varphi') R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl' = \tilde{E}_z^{inc+} \end{aligned}$$

$$\int_{L^+} J_z^+(\rho', \varphi') \left[\frac{K_0 Z_0}{4} H_0^{(2)}(K_0 R) + Z_c \frac{jK_0}{4} R' H_1^{(2)}(K_0 R) \right] dl' -$$

$$- e^{-\alpha} \int_{L^-} J_z^-(\rho', \varphi') \left[\frac{K_0 Z_0}{4} H_0^{(2)}(K_0 R) + Z_c \frac{jK_0}{4} R' H_1^{(2)}(K_0 R) \right] dl' = \tilde{E}_z^{inc+}$$

$$\tilde{E}_z^{inc+} \equiv E_z^{inc+} - H_\varphi^{inc+} - e^{-\alpha} E_z^{inc-} + e^{-\alpha} H_\varphi^{inc-}$$
(56)

როგორც იყო ნაჩვენები, დენის სიმკვრივე J_z^\mp შეიძლება გაიშალოს ფურიე მწკრივად:

$$J_z^\mp(l) = \frac{a_0^\mp}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n^\mp \cos(n\omega_0 l) + b_n^\mp \sin(n\omega_0 l)]$$
(57.a)

სადაც $\omega_0 = 2\pi/L$, და ფურიეს კოეფიციენტები მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით:

$$a_0^\mp = \frac{2}{L^\mp} \int_{L^\mp} J_z^\mp(l) dl$$
(57.b)

$$a_n^\mp = \frac{2}{L^\mp} \int_{L^\mp} J_z^\mp(l) \cos(n\omega_0 l) dl$$
(57.c)

$$b_n^\mp = \frac{2}{L^\mp} \int_{L^\mp} J_z^\mp(l) \sin(n\omega_0 l) dl$$
(57.d)

გამოსახულებების გასამარტივებლად შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$F_0^{E^\mp}(l) \equiv \frac{\tilde{K}}{2} \int_{L^\mp} H_0^{(2)}(K_0 R) dl'$$
(58.a)

$$F_n^{E^\mp}(l) \equiv \tilde{K} \int_{L^\mp} \cos(n\omega_0 \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) dl'$$
(58.b)

$$G_n^{E^\mp}(l) \equiv \tilde{K} \int_{L^\mp} \sin(n\omega_0 \varphi') H_0^{(2)}(K_0 R) dl'$$
(58.c)

$$F_0^{H^\mp}(l) \equiv \frac{\tilde{K}'}{2} \int_{L^\mp} R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl'$$
(58.d)

$$F_n^{H^\mp}(l) \equiv \tilde{K}' \int_{L^\mp} \cos(n\omega_0 \varphi') R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl'$$
(58.e)

$$G_n^{H^\mp}(l) \equiv \tilde{K}' \int_{L^\mp} \sin(n\omega_0 \varphi') R' H_1^{(2)}(K_0 R) dl'$$
(58.f)

სადაც $\tilde{K} \equiv K_0 Z_0/4$ და $\tilde{K}' \equiv jK_0 Z_c/4$

(56) და (57.a) ფორმულების გაერთიანებით, მიიღება (52.a) ტოლობის საბოლოო სახე:

$$\begin{aligned} & a_0^+ [F_0^{E+}(\varphi) + F_0^{H+}(\varphi)] + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+ [F_n^{E+}(\varphi) + F_n^{H+}(\varphi)] + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^+ [G_n^{E+}(\varphi) + G_n^{H+}(\varphi)] \\ & - e^{-\alpha} \left[a_0^- [F_0^{E-}(\varphi) + F_0^{H-}(\varphi)] + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^- [F_n^{E-}(\varphi) + F_n^{H-}(\varphi)] \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^- [G_n^{E-}(\varphi) + G_n^{H-}(\varphi)] \right] = \tilde{E}_z^{inc+} \end{aligned} \quad (59.a)$$

იგივენაირად, (52.b) ფორმულიდან მიიღება შემდეგი ტოლობა:

$$\begin{aligned} & a_0^- [-F_0^{E-}(\varphi) + F_0^{H-}(\varphi)] + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^- [-F_n^{E-}(\varphi) + F_n^{H-}(\varphi)] + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^- [-G_n^{E-}(\varphi) + G_n^{H-}(\varphi)] \\ & - e^{-\alpha} \left[a_0^+ [-F_0^{E+}(\varphi) + F_0^{H+}(\varphi)] + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+ [-F_n^{E+}(\varphi) + F_n^{H+}(\varphi)] \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^+ [-G_n^{E+}(\varphi) + G_n^{H+}(\varphi)] \right] = \tilde{E}_z^{inc-} \end{aligned} \quad (59.b)$$

სადაც:

$$\tilde{E}_z^{inc+} \equiv E_z^{inc+} - H_\varphi^{inc+} - e^{-\alpha} E_z^{inc-} + e^{-\alpha} H_\varphi^{inc-} \quad (60.a)$$

$$\tilde{E}_z^{inc-} \equiv -E_z^{inc-} - H_\varphi^{inc-} + e^{-\alpha} E_z^{inc+} + e^{-\alpha} H_\varphi^{inc+} \quad (60.b)$$

თუ (59.a)-ის მარჯვენა და მარცხენა მხარეები გაშლილია ფურიე მწკრივად, მაშინ მივიღებთ შემდეგ განტოლებათა სისტემას:

$$A_0^{sc+} = A_0^{inc+} \quad (61.a)$$

$$A_m^{sc+} = A_m^{inc+} \quad (61.b)$$

$$B_m^{sc+} = B_m^{inc+} \quad (61.c)$$

$$A_0^{sc-} = A_0^{inc-} \quad (61.d)$$

$$A_m^{sc-} = A_m^{inc-} \quad (61.e)$$

$$B_m^{sc-} = B_m^{inc-} \quad (61.f)$$

სადაც:

$$\tilde{E}_z^{inc\mp}(\rho, \varphi) = \frac{A_0^{inc\mp}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m^{inc\mp} \cos(m\varphi) + B_m^{inc\mp} \sin(m\varphi)] \quad (62.a)$$

$$A_0^{inc\mp} = \frac{2}{L^\mp} \int_{L^\mp} \tilde{E}_z^{inc\mp}(\rho, \varphi) dl \quad (62.b)$$

$$A_m^{inc\mp} = \frac{2}{L^\mp} \int_{L^\mp} \tilde{E}_z^{inc\mp}(\rho, \varphi) \cos(m\varphi) dl \quad (62.c)$$

$$B_m^{inc\mp} = \frac{2}{L^\mp} \int_{L^\mp} \tilde{E}_z^{inc\mp}(\rho, \varphi) \sin(m\varphi) dl \quad (62.d)$$

მატრიცული ფორმით ჩაწერისას განტოლებათა სისტემა მიიღებს სახეს:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{V} \quad (63.a)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} \\ S_{2,1} & S_{2,2} \end{bmatrix} \quad (63.b)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_+ \\ X_- \end{bmatrix} \quad (63.c)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \end{bmatrix} \quad (63.d)$$

მოხერხებულობისათვის \mathbf{Z} მატრიცა დაყვავით $S_{i,j}$ ქვემატრიცებად. ქვემატრიცის განზომილებებია $M \times M$.

თუ ავიღებთ ფურე მწკრივის პირველი N ცალი ჰარმონიკას, $M = 1 + 2N$, მაშინ უცნობთა ვექტორი \mathbf{X} შედგება J_z ფურიეს კოეფიციენტებისაგან შიდა და გარე ზედაპირზე:

$$x_1 = a_0^+ \quad (64.a)$$

$$x_{1+i} = a_n^+ \quad (64.b)$$

$$x_{1+N+i} = b_n^+ \quad (64.c)$$

$$x_{M+1} = a_0^- \quad (64.d)$$

$$x_{M+i+1} = a_n^- \quad (64.e)$$

$$x_{M+N+i+1} = b_n^- \quad (64.f)$$

სადაც $i = 1 \dots N$, მაშინ როცა \mathbf{V} -ს მარჯვენა მხარე მიიღება შემდეგი ფორმულებიდან:

$$v_1 = A_0^{inc+} \quad (65.a)$$

$$v_{1+i} = A_i^{inc+} \quad (65.b)$$

$$v_{1+N+i} = B_i^{inc+} \quad (65.c)$$

$$v_{M+1} = A_0^{inc-} \quad (65.d)$$

$$v_{M+i+1} = A_i^{inc-} \quad (65.e)$$

$$v_{M+N+i+1} = B_i^{inc-} \quad (65.f)$$

(58.a)-ს განზოგადოებული სახე მიიღება (31) ფორმულის გამოყენებით:

$$\tilde{F}_n^{E\mp}(l) \equiv \tilde{K} \int_{L^\mp} H_0^{(2)}(K_0 R) \Psi_n(\varphi) dl' \quad (66.a)$$

$$\tilde{F}_n^{H\mp}(l) \equiv \tilde{K}' \int_{L^\mp} R' H_1^{(2)}(K_0 R) \Psi_n(\varphi) dl' \quad (66.b)$$

ცილინდრული შრისათვის, $S_{1,1}$ ქვემატრიცის ყველა $z_{i,j}$ წევრი გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$z_{i,j} = r_0^+ \int_0^{2\pi} [\tilde{F}_{j-1}^{E+}(\varphi) + \tilde{F}_{j-1}^{H+}(\varphi)] \Psi_{i-1}(\varphi) d\varphi \quad (67.a)$$

მსგავსად, $S_{1,2}$ ქვემატრიცის ყველა $z_{i,j}$ წევრი გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$z_{i,j} = -e^{-\alpha} r_0^- \int_0^{2\pi} [\tilde{F}_{j-1}^{E-}(\varphi) + \tilde{F}_{j-1}^{H-}(\varphi)] \Psi_{i-1}(\varphi) d\varphi \quad (67.b)$$

$S_{2,1}$ ქვემატრიცის ყველა $z_{i,j}$ წევრი გამოითვლება შემდეგი წესით:

$$z_{i,j} = -e^{-\alpha} r_0^+ \int_0^{2\pi} [-\tilde{F}_{j-1}^{E+}(\varphi) + \tilde{F}_{j-1}^{H+}(\varphi)] \Psi_{i-1}(\varphi) d\varphi \quad (67.c)$$

$S_{2,2}$ ქვემატრიცის ყველა $z_{i,j}$ წევრი მიიღება შემდეგი ფორმულიდან:

$$z_{i,j} = r_0^- \int_0^{2\pi} [-\tilde{F}_{j-1}^{E-}(\varphi) + \tilde{F}_{j-1}^{H-}(\varphi)] \Psi_{i-1}(\varphi) d\varphi \quad (67.d)$$

§ 2.5. გადაცემის იმპედანსის დათვლა

თუ ვიპოვით დენის სიმკვრივეს შრის კონტურებზე, შესაძლებელია გახდეს ჯამური ელექტრული და მაგნიტური ველის დათვლა ნებისმიერ წერტილში. ამგვარად, დავითვლით გადაცემის იმპედანსს შემდეგნაირად:

$$Z_T = \frac{\frac{1}{L^-} \int_{L^-} E_z^{sc-}(x, y) dl^-}{\int_{L^+} \vec{H}(x, y) dl^+ - \int_{L^-} \vec{H}(x, y) dl^-} \quad (68)$$

იმის გამო, რომ მაგნიტური ველის ინტეგრალი ჩაკეტილ კონტურზე იგივეა, რაც ჯამური დენი კონტურის შიგნით, შეგვიძლია მივიღოთ ეს დენები ჩვენს მიერ მოპოვებული დენის განაწილების ფუნქციის საშუალებით:

$$\int_{L^\mp} J^\mp(\varphi) dl^\mp = I^\mp \quad (69)$$

$$r_0^\mp \int_0^{2\pi} J^\mp(\varphi) d\varphi = I^\mp$$

თუ გამოვიყენებთ დენის სიმკვრივის ფურიე წარმოდგენას, მივიღებთ:

$$r_0^\mp \int_0^{2\pi} \left(\frac{a_0^\mp}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n^\mp \cos(n\varphi) + b_n^\mp \sin(n\varphi)] \right) d\varphi = I^\mp$$

იმის გამო, რომ სინუსის და კოსინუსის ინტეგრალი ნულის ტოლია, ტოლობაში რჩება მხოლოდ მუდმივი კოეფიციენტი:

$$r_0^\mp \int_0^{2\pi} \frac{a_0^\mp}{2} d\varphi = I^\mp$$

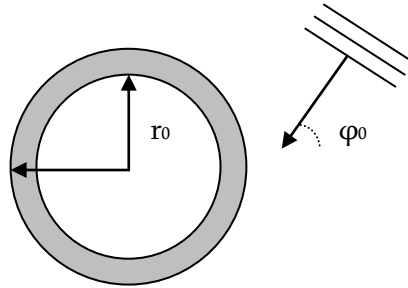
$$r_0^\mp a_0^\mp \pi = I^\mp \quad (70)$$

ამგვარად, (68)-ს საბოლოო სახე არის:

$$Z_T = \frac{r_0^- \int_0^{2\pi} E_z^{sc-}(\varphi) d\varphi}{2\pi^2 (r_0^+ a_0^+ - r_0^- a_0^-)} \quad (71)$$

§ 2.6. თხელი ეკრანის გადაცემის იმპედანსის დათვლა ბრტყელი ტალღის პირობებში

ამოცანაში განხილულია ცილინდრული ფორმის თხელი სპილენძის ეკრანი და დათვლილია გადაცემის იმპედანსი ბრტყელი ტალღის პირობებში.

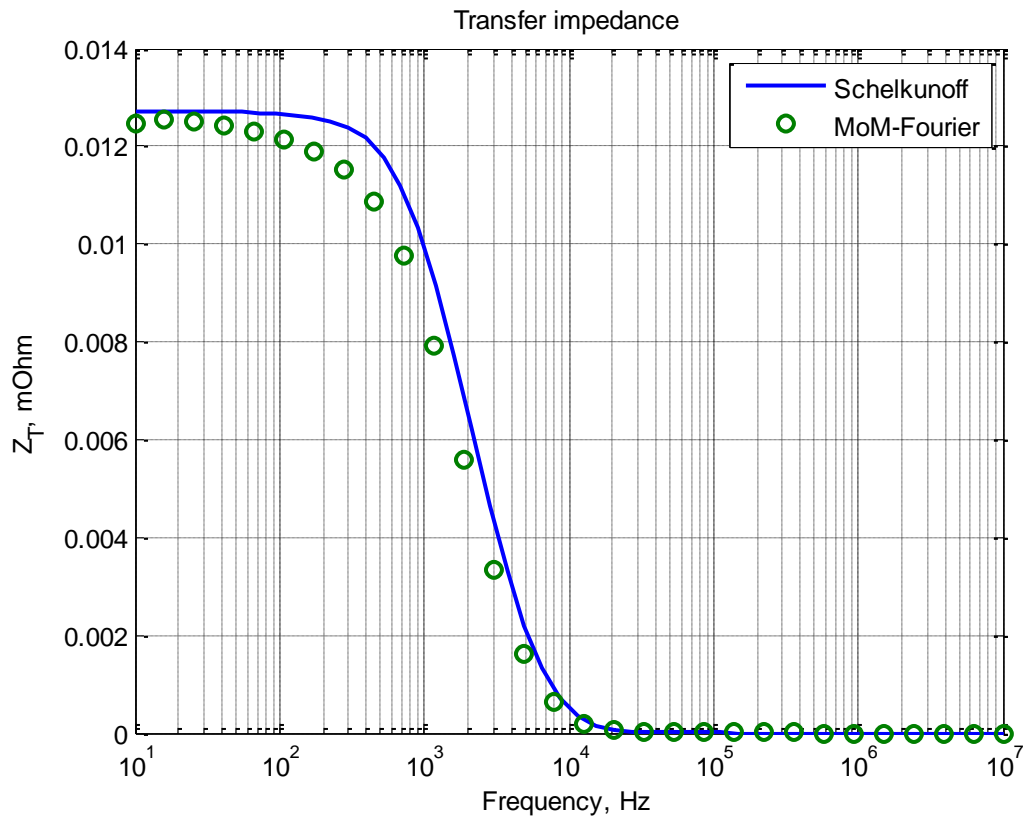


სურათი 7. ამოცანის აღწერა

ამოცანა დათვლილი იყო სიხშირულ დიაპაზონში 10Hz-10MHz, შემდეგი პარამეტრებით:

შიგა რადიუსი, r_0	5 სმ
შრის სისქე, d_0	4 მმ
გამტარებლობა, σ	$5.8 \cdot 10^7$ ს/მ
ჰარმონიკების რაოდენობა	3

შედეგები წარმოდგენილი შემდეგ ნახაზში:



გრაფიკი 13. გადაცემის იმპედანსი

დასკვნები

მოცემულ საბაკალავრო ნაშრომში მოხდა სრული ელექტრომაგნიტური ამოხსნის შემუშავება ორგანზომილებიანი ჩაკეტილი ობიექტებისათვის. მისი საშუალებით მიღებულ იქნა ელექტრულ და ჰიბრიდულ მანქანებში გამოყენებული მკვებავი ელექტროგადამცემი სადენების გადაცემის იმპედანსი. ამისათვის გამოყენებული იყო მომენტების მეთოდი. აღძრული დენების სიმკვრივის ფურიე შწკრივის კოეფიციენტები გამოყენებული იყო, როგორც საბაზისო და ტესტური ფუნქციები (გალერკინის მეთოდი). თხელი შრის მოდელირება მოხდა მიცნერის პირობის მეშვეობით. მეთოდი შედარებულია არსებულ ანალიტიკურ მოდელებთან და იძლევა კარგ შედეგებს. შემუშავებული მიდგომა ასევე იძლევა არაერთგვაროვანი ეკრანების გამოკვლევის საშუალებას. შესაძლოა ჩატარდეს შესაბამისი კვლევები მოცემული ნაშრომის საფუძველზე.

გამოყენებული ლიტერატურა

- [1] R.W. King, Tai Tsun Wu “The Scattering And Diffraction of Waves”, Harvard University Press, 1959, §8, §13
- [2] R.F. Harrington, “Field Computation by Moment Methods”, IEEE Press, Ch.3, pp. 41-49, 1993
- [3] R. Jobava, A. Gheonjian, J.Hippeli, G. Chikovani, D.Karkashadze, F. Bogdanov, B. Khvitia, Z. Kuchadze, A. Bzhalava, “Investigation of Low Frequency Magnetic Fields in the Presence of Thin 3D sheets with Combined Resistive and Magnetic Properties”, 2012
- [4] G.A. Korn and T.M. Korn, “Mathematical handbook”, §4.11, McGraw-Hill Book Company, 1968
- [5] K. Mitzner, “Effective boundary conditions for reflection and transmission by an absorbing shell of arbitrary shape”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 16, pp. 706-712, 1968
- [6] M. A. Leontovich, “Investigations on Radiowave Propagation”, Part II, Moscow: Academy of Sciences, 1948 (*in Russian*).
- [7] Schelkunoff S.A. The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Lines and Cylindrical Shields. *Bell Syst. Tech. J.*, v 13, pp 532-579, 1934.
- [8] Vance E. F. Coupling to Shielded Cables. R.E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1987.
- [9] F.M. Tesche, M.V. Ianoz, T. Karlsson, “EMC Analysis Methods and Computational Models”, Part V Shielding Models, 1997.